

Übungsblatt zur Klassenarbeit

	Anforderungserwartungen	Aufgabe
1.	Rationale Funktionen – ganzrationale Funktionen – echt oder unecht gebrochen rationale Funktionen	Aufg. 1
2.	Grenzverhalten (uneigentliche Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x)$) ganzrationaler Funktionen bestimmen	Aufg. 2
3.	Ganzrationale Funktionen anhand der Nullstellen, ihrer Vielfachheit (einfach, doppelt, dreifach) und dem Grenzverhalten skizzieren	Aufg. 3
4.	Anhand eines gegebenen Graphen einen passenden Funktionsterm einer ganzrationalen Funktion aufstellen oder zuordnen können	Aufg. 3
5.	Die Nullstellen und Definitionslücken gebrochen rationaler Funktionen angeben können (Wichtig: Faktorisierung des Funktionsterms – Ausklammern – Binomische Formeln – Satz von Vieta)	Aufg. 4
6.	einseitige Grenzwerte an Polstellen angeben können	Aufg. 4
7.	anhand des Funktionsterms bestimmen, ob eine Polstelle mit oder ohne Vorzeichenwechsel vorliegt	
8.	Grenzwertverhalten gebrochen rationaler Funktionen (Asymptote bestimmen und die Annäherung des Graphen an die Asymptote bestimmen – von oben – von unten – Interpretation der Restfunktion)	Aufg. 4
9.	Anhand der Nullstellen, des Grenzverhaltens und der Polstellen gebrochen rationale Funktionen skizzieren	Aufg. 5
10.	Anhand eines gegebenen Graphen einer gebrochen rationalen Funktion einen passenden Funktionsterm aufstellen bzw. zuordnen können	Aufg. 6
11.	Skizzieren <u>nicht</u> mit Vorzeichendiagramm	

INFO

Was versteht man unter einer **rationalen Funktion**?

Eine rationale Funktion ist eine Funktion, deren Term sich folgendermaßen schreiben lässt:

$$f(x) = \frac{a_z x^z + a_{z-1} x^{z-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_n x^n + b_{n-1} x^{n-1} + \dots + b_1 x + b_0}, \quad z \text{ und } n \text{ mit } n \neq 0 \text{ sind } \mathbf{\text{natürliche Zahlen!}}$$

Die Funktion ist ein Quotient zweier ganzrationaler Funktionen.

Aufgabe 1:

a. Welche der Funktionen sind rationale Funktionen, welche nicht?

Kreuze an und begründe deine Entscheidung.

	rational	
	Ja	Nein
1. $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x + 1}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2. $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2}}{x + 1}$	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

$$3. f(x) = \frac{x^2 - 2}{3}$$

○ ○

b. Welche der folgenden gebrochen rationalen Funktionen sind echt gebrochen, welche unecht gebrochen? Kreuze an.

Echt gebrochen unecht gebrochen

$$1. f(x) = \frac{x^2}{(x-2)^2}$$

○ ○

$$2. f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 8}$$

○ ○

Aufgabe 2:

Bestimme das Grenzwertverhalten der folgenden ganzrationalen Funktionen. Überlege dir, woran man das Verhalten ganzrationaler Funktionen für $x \rightarrow \pm\infty$ erkennen kann.

a. $f(x) = 3x^3 - x + 5$

b. $f(x) = -3x^3 - x + 5$

c. $f(x) = 3x^4 - x + 5$

d. $f(x) = -3x^4 - x + 5$

Aufgabe 3:

a. Skizziere die folgende ganzrationale Funktion dritten Grades:

einfache Nullstellen bei $x = -2$, $x = 0$ und $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

b. Skizziere die folgende ganzrationale Funktion vierten Grades:

doppelte Nullstelle bei $x = -1$ und $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

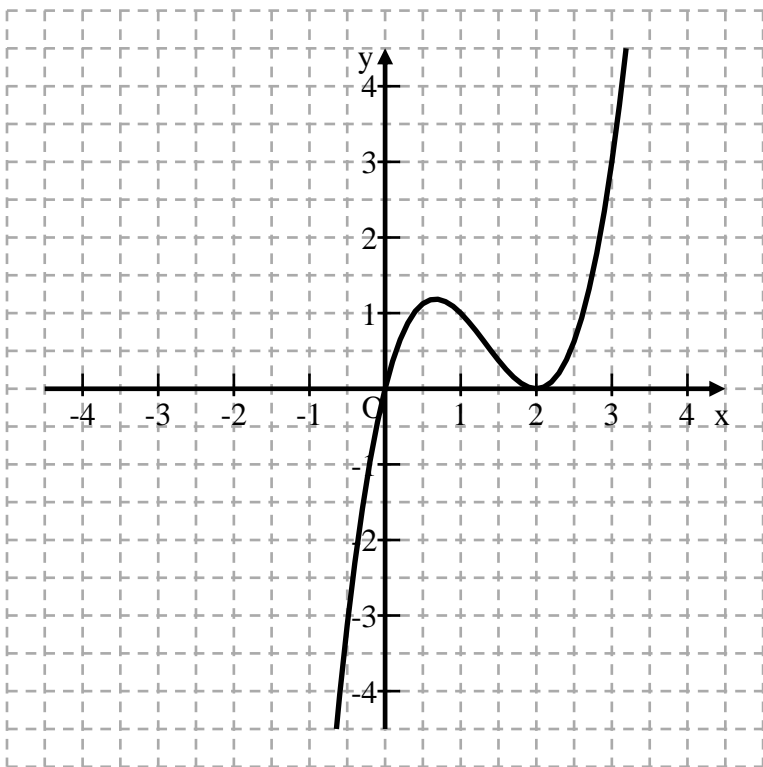
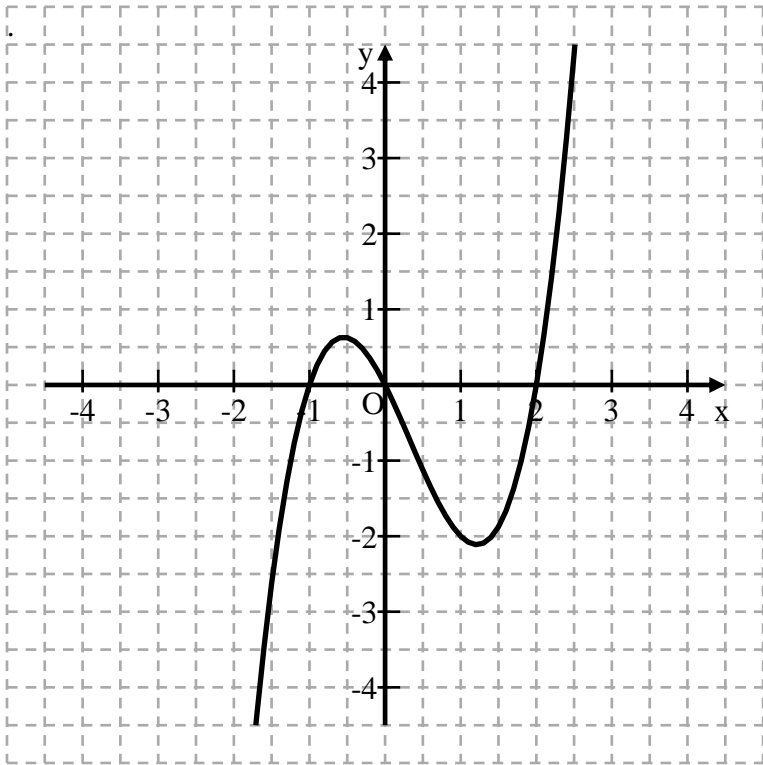
c. Skizziere die folgende ganzrationale Funktion vierten Grades:

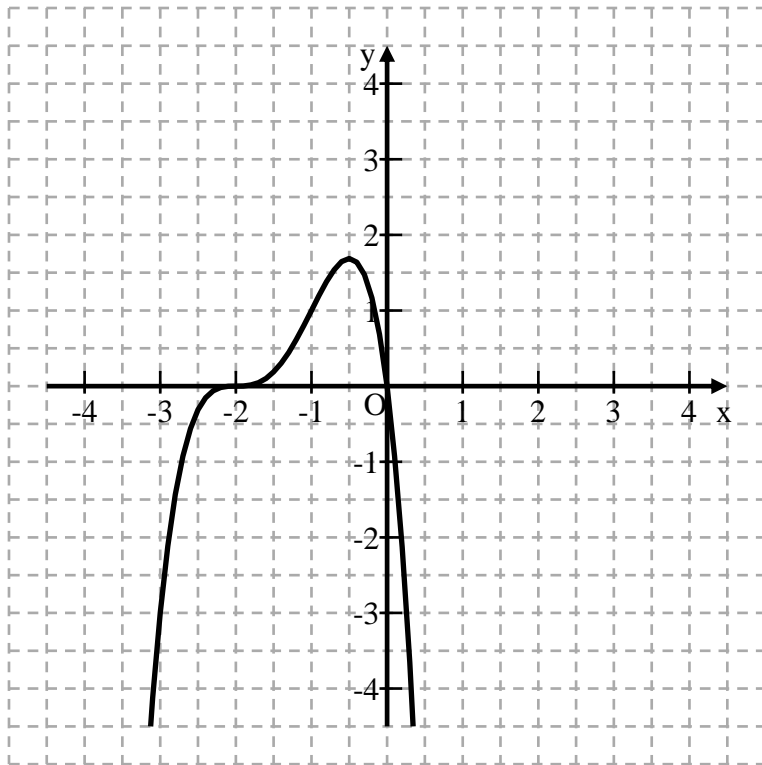
dreifache Nullstelle bei $x = 0$, einfache Nullstelle bei $x = 2$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$

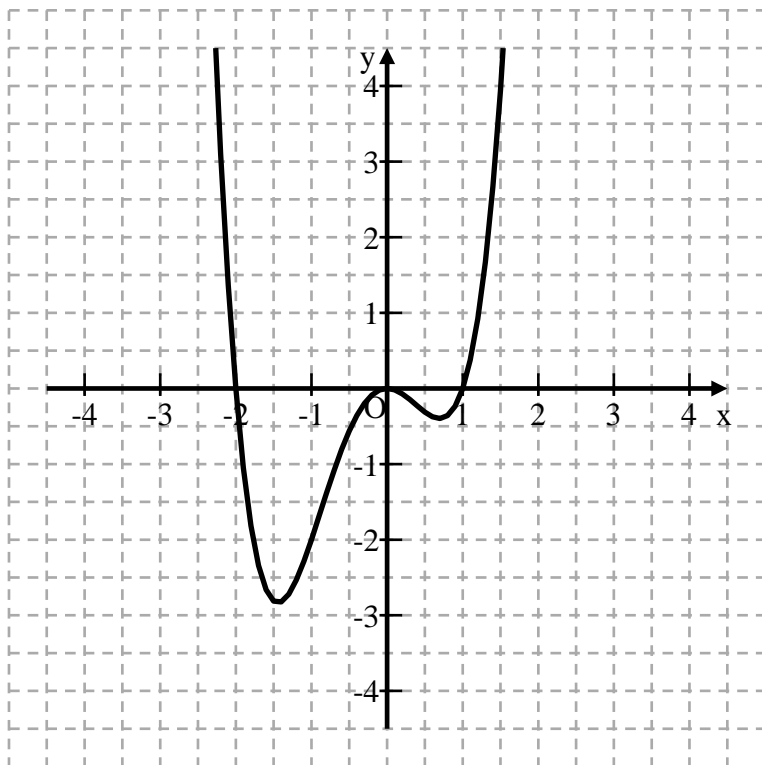
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

d. Stelle für folgende Graphen eine passende Funktionsgleichung auf:





e. Welche Funktionsgleichung passt zu dem folgenden Graphen? Begründe



$$f(x) = x^2 \cdot (x - 2) \cdot (x + 1)$$

$$f(x) = x \cdot (x + 2)^2 \cdot (x - 1)$$

$$f(x) = x^4 + x^3 - 2 \cdot x^2$$

Aufgabe 4:

Gegeben ist die folgende gebrochen rationale Funktion:

$$f(x) = \frac{x^3 - x}{x^3 - x^2 - 6x}$$

- Bestimme die Nullstellen und die Definitionslücken
- Gibt es eine behebbare Definitionslücke? Wenn ja, behebe sie.
- Bestimme die Polstellen mit ihren links- und rechtsseitigen Grenzwerten
- Bestimme das Grenzverhalten für $x \rightarrow \pm\infty$
- Gib die Asymptote und das Annäherungsverhalten der Funktion an.

Aufgabe 5:

Eine gebrochen rationale Funktion hat die folgenden Eigenschaften:

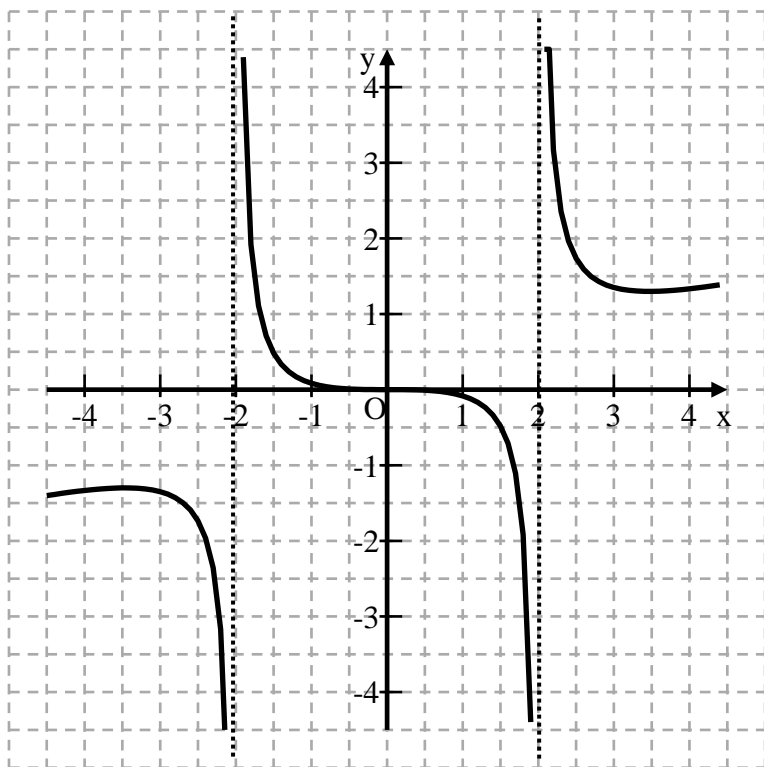
- Nullstelle bei $x = 2$
- Polstelle mit VzW an der Stelle $x = 1$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1^-$$

- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1^+$

- y-Achsenabschnitt 2

Aufgabe 6:



Wähle für den gegebenen Graphen eine passende Funktionsgleichung aus und begründe deine Entscheidung.

a. $f(x) = \frac{(x+2) \cdot (x-2)}{x^3}$

b. $f(x) = \frac{x}{(x-2) \cdot (x+2)}$

c. $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$