

## Skizzieren gebrochenrationaler Funktionen

Beispiel

Skizziere den Graph folgender gebrochenrationaler Funktion f mit

$$f(x) = \frac{x^3 - x}{x^3 - x^2 - 6x}$$

	<b>Arbeitsschritte</b>	<b>Wichtige Hinweise</b>
1.	Faktorisierung der Zähler- und Nennerfunktion	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Ausklammern</li> <li>- Binomische Formeln</li> <li>- Zerlegung in Linearfaktoren <math>(x + a) \cdot (x + b)</math></li> </ul>
2.	Definitionslücken	<u>Bedingung:</u> $N(x) = 0$ (die Definitionslücken sind ablesbar, wenn die Nennerfunktion faktorisiert ist.)
3.	Hebbare Definitionslücke	<u>Bedingung:</u> $Z(x) = 0 \wedge N(x) = 0$ <u>Behebung der Lücke durch Grenzwertbildung:</u> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Funktionsterm kürzen</li> <li>- Grenzwert für <math>x \rightarrow x_0</math> (Def.lücke: <math>x_0 = 0</math> bei dieser Aufgabe!)</li> </ul> <u>Behebung durchführen:</u> $f(x_0) = \frac{1}{6}$ (bei dieser Aufgabe!)
4.	Polstelle(n)	<u>Bedingung:</u> $Z(x) \neq 0 \wedge N(x) = 0$ <u>Links- und rechtsseitige Grenzwerte an der Polstelle bilden:</u> $\lim_{x \rightarrow x_0^{\pm}} f(x) = \pm\infty$ (die Grenzwerte sind immer $\infty$ (uneigentlicher Grenzwert), sie unterscheiden sich nur im Vorzeichen; beide Grenzwerte im Vorzeichen gleich $\rightarrow$ Pol ohne Vorzeichenwechsel; verschiedene Vorzeichen $\rightarrow$ Pol mit Vorzeichenwechsel) Bei dieser Aufgabe sind die Polstellen bei 3 und -2!
5.	Nullstelle(n)	<u>Bedingung:</u> $Z(x) = 0 \wedge N(x) \neq 0$ Nullstellen kann man an der faktorisierten Zählerfunktion ablesen. Hier verrate ich dir die Nullstellen nicht!
6.	y-Achsenabschnitt	Berechne $f(0)$ Schau auf die „behebene Lücke“!
7.	Grenzwerte für $x \rightarrow \pm\infty$	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) =$ Setze für $f(x)$ den gekürzten Funktionsterm ein! Mit $f(-1000)$ und $f(1000)$ erhältst du die „waagerechte Asymptote“ und die Einsicht, ob der Graph sich von unten oder oben nähert) Bei dieser Aufgabe ist die waagerechte Asymptote $y = 1$ ; die Annäherung ist in beiden Fällen „von oben“!
8.	Graph skizzieren	Beginne mit einem Koordinatensystem; <ul style="list-style-type: none"> <li>- Nullstellen, Polstellen, y-Achsenabschnitt markieren, hebbare Lücke eintragen</li> <li>- an den Polstellen Parallelen zur y-Achse einzeichnen</li> </ul>

- die waagerechte Asymptote einzeichnen
- die Grenzwerte markieren
- den Graph skizzieren – er muss passen!

Lösung zu 8.

